***УДК 532.517.4 : 536.24***

***Лобанов Игорь Евгеньевич,***

***д.т.н., ведущий научный сотрудник ПНИЛ–204***

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), тел.:89055896006; e-mail: lloobbaannooff@live.ru*

**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИНТЕНСИФИЦИРОВАННОЙ ТЕПЛООТДАЧИ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ В КРУГЛЫХ ПРЯМЫХ ТРУБАХ с турбулизаторами НА ОСНОВЕ**

**ЧЕТЫРёХСЛОЙНОЙ СХЕМЫ ТУРБУЛЕНТНОГО**

**ПОГРАНСЛОЯ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ КРИТЕРИЕВ ПРАНДТЛЯ**

***И.Е.Лобанов, доктор технических наук,***

***Московский Авиационный Институт, г.Москва, РФ***

**Аннотация.** *В статье проанализированы основные аспекты математического моделирования интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в трубах с турбулизаторами с применением четырёхслойной модели турбулентного пограничного слоя в зависимости от числа Прандтля. Показано преимущество закона "четвёртой" степени для больших чисел Прандтля для расчёта теплообмена в трубах с турбулизаторами; показано, что для труб с турбулизаторами коэффициент пропорциональности в этом законе значительно выше, чем в гладких трубах, что указывает на повышенный уровень турбулентности в них на границе вязкого и буферного подслоёв. Результаты расчёта теплообмена при больших числах Прандтля показали, что относительный теплообмен с увеличением числа Прандтля увеличивается довольно незначительно, особенно после Pr>102; после Pr>103 он почти стабилизируется. Является продолжением исследования работы [14].*

**Ключевые слова.** *Моделирование; математическое; теплообмен; интенсификация; турбулентный; труба; течение; турбулизатор; четырёхслойный; пограничный слой; критерий Прандтля*

**1. Введение**

В различных областях техники широко применяются различного рода трубчатые теплообменные аппараты и теплообменные устройства, в которых, в результате интенсификации теплообмена, может быть достигнуто снижение их массогабаритных показателей при заданных значениях теплового потока, гидравлических потерь, расходов и температур теплоносителей; в ряде случаев задачей является снижение температурного уровня поверхности теплообмена при фиксированных режимных и конструктивных характеристиках.

Расчётные методы исследования интенсификации теплообмена при турбулентном течении в трубах разработаны ещё недостаточно. Чаще всего эти методы опираются на упрощённые модели сложных физических явлений, при этом допущения приводят к значительной разнице между расчётными и экспериментальными данными.

Экспериментальные данные по теплообмену справедливы только для определённого вида течений и типоразмеров турбулизаторов, на которых были проведены опытные исследования.

В связи с этим, необходима разработка новых, более точных, чем существующие теоретических методов исследования интенсификации теплообмена при турбулентном течении в трубах.

В рамках данного исследования под интенсификацией теплообмена понимаются применение искусственных турбулизаторов потока на поверхности [1, 2]. При моделировании рассматриваются двумерные поверхности с турбулизаторами, которые применимы и для труб с периодическими диафрагмами.

Конкретный вопрос, затрагиваемый в рамках данной статьи, состоит в том, что в теплообменных аппаратах с интенсифицированным теплообменом применяются различные теплоносители, для которых характерен широкий диапазон чисел Прандтля Pr. Следовательно, необходимо сгенерировать математическую модель теплообмена в таких условиях, которая бы выгодно отличалась от существующих [3—8; 10—12].

**2. Математическая модель**

Теплообмен при турбулентном течении в прямых круглых трубах теплоносителей с постоянными теплофизическими свойствами в условиях интенсификации теплообмена моделируется достаточно известной четырёхслойной схемой турбулентного потока [6—8; 10—12].

В рамках данной статьи нет необходимости останавливаться на особенностях вышеуказанной схемы, поскольку она была подробно описана в существующих работах (например, в тех же [6—8; 10—12]).

Однако, при моделировании теплообмена в трубах с турбулизаторами было уделено меньшее внимание условиям с большими числами Прандтля Pr, поэтому требуется дополнительный анализ и специфическая доработка четырёхслойной схемы для этих условий.

C точки зрения математического моделирования теплообмена в трубах с турбулизаторами, вопрос о влиянии на него числа Прандтля Pr — это в значительной степени вопрос об уровне турбулентности на границе вязкого и буферного подслоёв.

Для этого следует подвергнуть рассмотрению безразмерный профиль скорости в вязком подслое в турбулизированном потоке при турбулентном течении в трубах с турбулизаторами.

Безразмерный профиль скорости в вязком подслое в турбулизированном потоке при турбулентном течении в трубах с турбулизаторами довольно консервативен, на что указывает приводённый ниже анализ.

Перепад температур в вязком подслое при малых числах Прандтля моделируется на основании закона "третьей степени", точнее описывающий соответствующий процесс, чем закон "четвёртой степени", используемый для больших числах Прандтля [3—9]:

, (1)

β1 — постоянная в законе "третьей степени":  [9].

Перепад температур в вязком подслое при больших числах Прандтля моделируется на основании закона "четвертой степени", точнее описывающий соответствующий процесс, чем закон "третьей степени", используемый для малых числах Прандтля [3—9]:

, (3)

β1 — постоянная в законе "четвертой степени":  [9].

Толщина вязкого подслоя равна  [9].

На внешней границе вязкого подслоя будем иметь:

, (4)

где .

Для гладкой трубы β1=β=0,03 [9]:

. (5)

Физический смысл постоянных β и β1 — для гладкой трубы и трубы с турбулизаторами соответственно — в степенных законах в вязком подслое может быть охарактеризован как коэффициент пропорциональности для уровня турбулентности на границе вязкого и промежуточного подслоёв.

Например, в работе [9] относительно коэффициента β указывается следующее: значение данного коэффициента пропорциональности может быть найдено из данных по теплоотдаче (или диффузии) при больших числах Прандтля Pr, когда турбулентная теплопроводность принимает большое значение; в той же монографии [9] указывается также, что для турбулентного переноса тепла в вязком подслое имеет место следующее обстоятельство: пульсация температуры коррелирует с компонентой пульсации скорости и имеет место закон "четвёртой" степени в вязком подслое, который тем точнее, чем больше число Прандтля Pr [9].

Вышесказанное ещё раз подтверждает вывод исследований [6—8; 10—12] о том, что для расчёта теплообмена в трубах с турбулизаторами для малых чисел Прандтля Pr характерен закон "третьей" степени в вязком подслое, а для больших — "четвёртой".

Следовательно, турбулентная вязкость на внешней границе вязкого подслоя при развитом турбулентном течении в прямой гладкой круглой трубе составляет 15% от ламинарной вязкости.

Для интенсифицированного турбулизированного потока эта величина будет большей.

Уравнение для касательного напряжения в вязком подслое при интенсифицированном турбулизированном потоке при законе "четвёртой" и "третьей" степени соответственно:

; (6)

. (7)

Далее следует ввести безразмерные координаты — скорость и координату, соответственно:

; (8)

. (9)

В безразмерных координатах уравнения (6) и (7) будут выглядеть следующим образом:

; (10)

. (11)

Следовательно:

; (12)

. (13)

Aналитические решения для интегралов (12) и (13) в общем виде выглядят, соответственно, следующим образом:

 (14)

. (15)

Выражение (14) при определённых условиях может быть записано в более компактном виде:



(16)

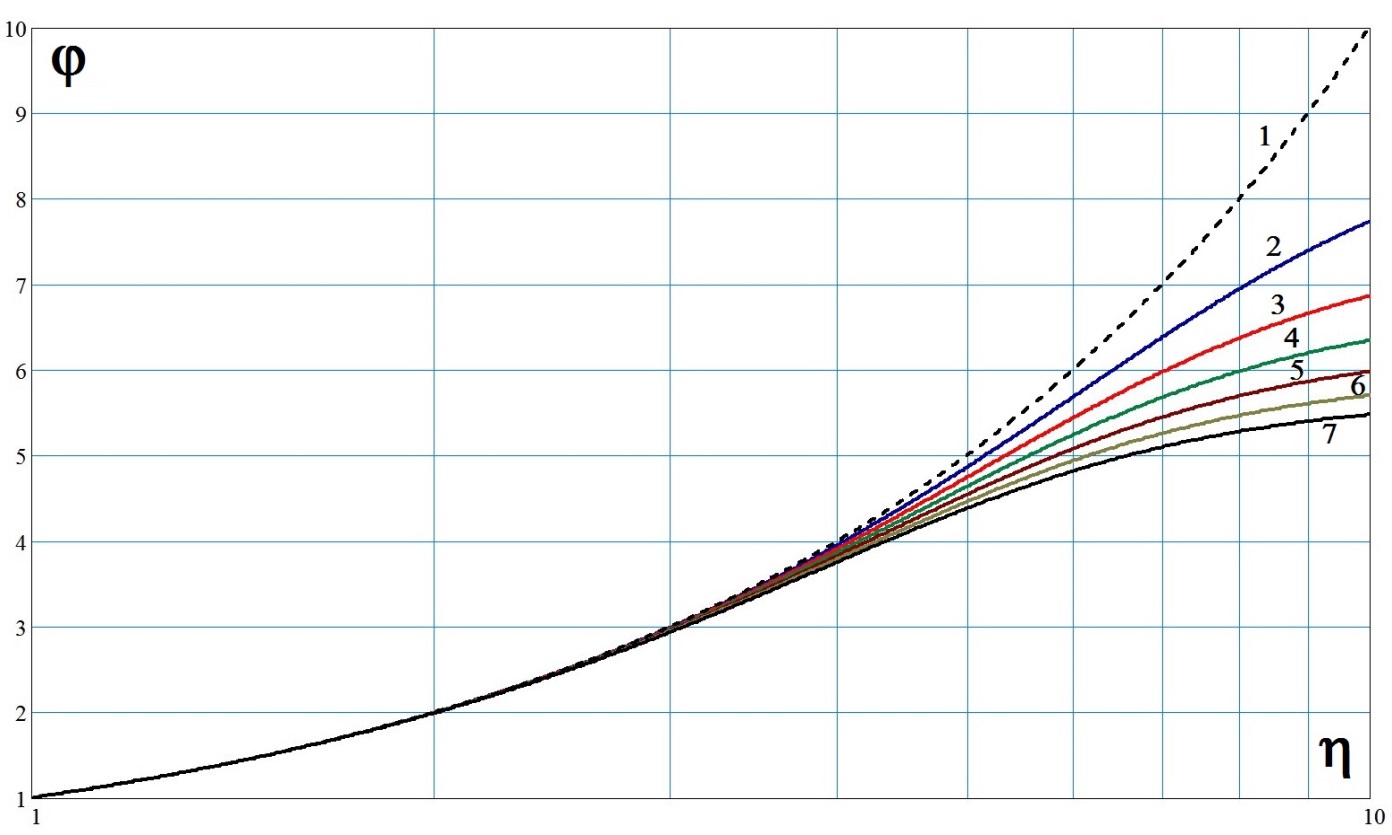
Bышеуказанные условия состоят в том, чтобы граница применимости последней была следующей:  [13]. Эти условия в интересуемом диапазоне требуют, чтобы . Следовательно, граница применимости формулы (16) будет меньшей в случае уменьшения значения толщины вязкого подслоя η1 и увеличения константы в "степенном" законе в вязком подслое β1. Минимальная толщина вязкого подслоя η1=5 [13], поэтому минимум границы применимости формулы (16) в этом случае будет , или , что явно выше значений постоянной в "степенных" законах, реализуемых как в гладких трубах, так и в трубах с турбулизаторами. Например, для гладкой трубы при β=0,03 и η1=5 граница применимости формулы (16) будет находиться немногим более 8. (В связи с этим можно заключить, что формулу (16) можно применять, для любых η в вязком подслое, если коэффициент .) Вышеизложенный анализ позволяет заключить, что формулу (16) можно применять (наряду с формулой (14)), поскольку ограничения, накладываемые на неё, слабeе, чем ограничения, накладываемые физическими условиями рассматриваемого процесса.



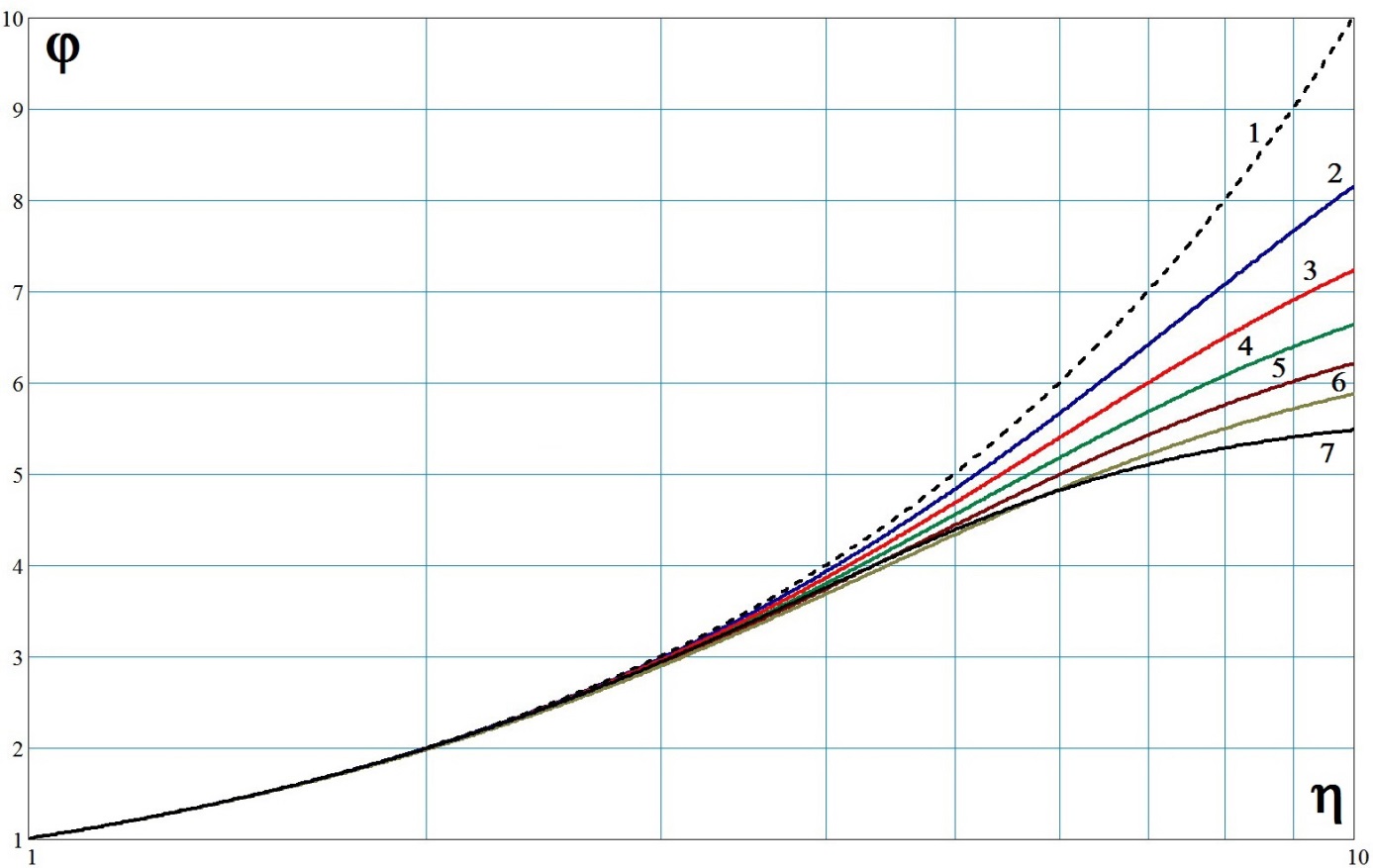
Результаты расчёта безразмерного профиля скорости в вязком подслое по зависимостям (14) (либо (16)) и (15) для β1=0; 0,03; 0,06; 0,09; 0,12; 0,15; 0,18 приведены на рис. 1 и 2 для законов "четвёртой" и "третьей" степени соответственно.

Kaк видно из графиков, на рис. 1 и 2, кривые для различных значений β1 для 0<η<(5÷6) довольно близки между собой. Следовательно, увеличение турбулентной вязкости на границе вязкого подслоя даже в несколько раз, в достаточно незначительной степени деформирует безразмерный профиль скорости в данном подслое.

С увеличением η, при η>(5÷6), кривые располагаются ниже профиля ϕ = η (β = 0). Экспериментальные данные [3—5] показывают, что при η>(5÷6) опытные точки для труб с турбулизаторами, как правило, лежат ниже профиля ϕ = η, а также ниже буферного профиля Кармана.



*Рис. 1. Результаты расчёта безразмерного профиля скорости ϕ = f(η) в вязком подслое по зависимости (14) для β1=0 (1); 0,03 (2); 0,06 (3); 0,09 (4); 0,12 (5); 0,15 (6); 0,18 (7) в законе "четвёртой" степени.*



*Рис. 2. Результаты расчёта безразмерного профиля скорости ϕ = f(η) в вязком подслое по зависимости (15) для β1=0 (1); 0,03 (2); 0,06 (3); 0,09 (4); 0,12 (5); 0,15 (6); 0,18 (7) в законе "третьей" степени.*

В работах автора [6—8; 10—12] показано, что близким к экспериментальным значениям чисел Нуссельта приводит закон "третьей" степени для газообразных теплоносителей и закон "четвёртой" степени для теплоносителей в виде капельных жидкостей при значении коэффициента β1=0,07.

В дальнейшем следует сказать несколько слов о характере течения в пограничном слое в возвратном потоке в трубах с турбулизаторами. Исходя из экспериментальных данных [3—5], напряжение трения на стенке уменьшается при приближении к области присоединения, а в критической точке оно стремиться к нулю, но затем резко возрастает. Следовательно, имеет место нарушение аналогии Рейнольдса между переносом тепла и переносом количества движения. Общеизвестно, что в местах присоединения пограничного слоя тепловой поток максимален, а трение при этом в данных местах минимально.

Характер течения в пограничном слое в возвратном потоке довольно сложен и зависит от характера течения в вихревой зоне [10, 11]. Как экспериментальные данные [3—5], так и теоретические [10, 11], показывают, что характер течения в пограничном слое возвратного потока за турбулизатором не определяется градиентом давления (например, эпюры давления [3—5] характеризует конфузорный характер течения в возвратном течении). За точкой присоединения имеет место повышенная турбулентность потока, а затем снижается вплоть до уровня турбулентности для гладкой трубы. В возвратном пограничном слое поток сильно турбулизирован. В пристенной области турбулентность потока сначала несколько падает, а затем несколько повышается, что объясняется влиянием вязкости на турбулентную структуру потока. Качественно профили в возвратном и присоединительном пограничных слоях резко различны, но не подчиняются каноническим зависимостям [3—5]. Профили скорости в пограничном слое за турбулизатором вследствие повышенной турбулентности характеризуются большей заполненностью, чем профили скорости на гладкой поверхности [3—5].

Опытные значения профилей скорости для труб с турбулизаторами в области η>(5÷6) с небольшим разбросом лежат около зависимости ϕ = η, детерминируя границу вязкого подслоя для этого случая η ≈ 5, которая консервативна для широкого диапазона относительных высот турбулизаторов [3—5], что характерно как для возвратного, так и для присоединённого пограничных слоёв. Для всех сечений, кроме сечения в точке присоединения, опытные значения профиля скорости для труб с турбулизаторами лежат немногим выше или ниже кривой, отвечающей буферной зоне Кармана [3—5], что указывает на консервативность последней.

Вышесказанное имеет важное значение для исследования влияния числа Прандтля Pr на уровень интенсификации теплоомена в трубах с турбулизаторами, поскольку это влияет на эффективность применения интенсификации теплообмена в теплообменных аппаратах с различными теплоносителями (например, воздух, вода, масло и т.п.), применяемых в различных отраслях техники: авиационной, ракетно-космической, химической, машиностроении и т.п.

Как уже отмечалось, с теоретической точки зрения вопрос о влиянии числа Прандтля Pr на теплообмен в трубах с турбулизаторами — это в значительной степени вопрос об уровне турбулентности на границе вязкого и буферного подслоёв. Данный вопрос следует проанализировать с точки зрения расчётных данных для труб с турбулизаторами при больших числах Прандтля Pr.

Перепад температур в вязком подслое детерминируется на основании законов "четвёртой" и "третьей" степени — (14) и (15) соответственно.

Как было показано выше, для условий гладкой трубы β=0,03 [9], но для труб с турбулизаторами уровень турбулентности на границе вязкого и буферного подслоёв будет большей, поскольку будут иметь место дополнительные вихреобразования.

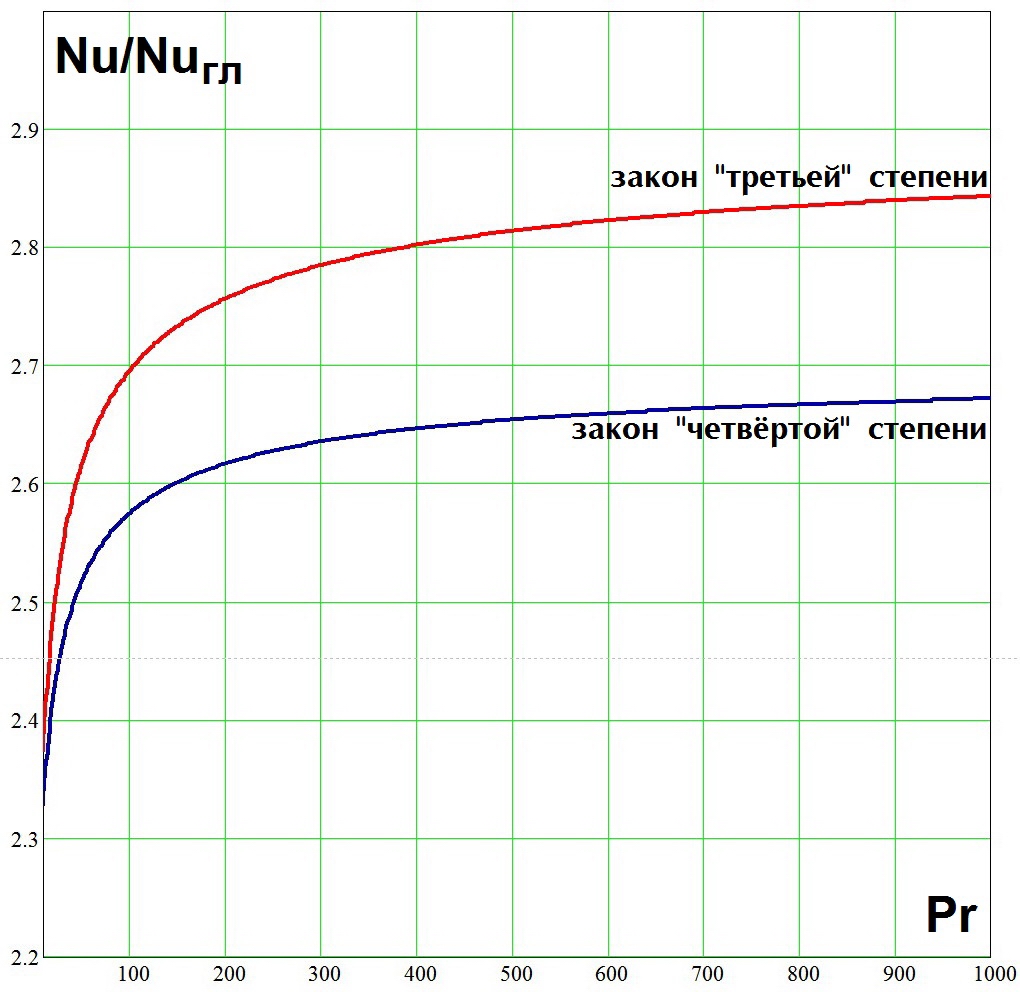
Для широкого диапазона чисел Прандтля Pr pасчёт теплообмена в трубах с турбулизаторами производился на базе четырёхслойной модели турбулентного пограничного слоя с применением законов "четвёртой" и "третьей" степени. Подробности данной модели в достаточной мере рассмотрены в многочисленных работах автора, например в [6—8; 10—12], поэтому не в рамках данной работы не будем на них останавливаться, а опишем только окончательные выражения для чисел Нуссельта:

, (17)

для закона "третьей" степени в вязком подслое;

, (18)

для закона "четвёртой" степени в вязком подслое.



*Рис. 3. Результаты расчёта относительного теплообмена Nu/NuГЛ в трубах с турбулизаторами для Pr=1÷103 для d/D=0,90; t/D=1; Re=2·104 как для закона "четвёртой" степени, так и для закона "третьей" степени в вязком подслое.*

Для гладкой трубы значения числа Нуссельта рассчитывались аналогичным образом, только для трёхслойной модели турбулентного пограничного слоя.

Интегралы (17) и (18) в данной работе рассчитывались численно, однако, имеются аналитические решения для данных интегралось, которые довольно громоздки и приводятся в специализированной монографии [12]. Расчётные значения по аналитическим и численным методам полностью идентичны [12].

На рис. 3 представлены результаты расчёта относительного теплообмена Nu/NuГЛ в трубах с турбулизаторами для Pr=1÷103 для *d/D*=0,90; *t/D*=1; Re=2·104 как для закона "четвёртой" степени, так и для закона "третьей" степени в вязком подслое.

Как видно из рис. 3, расчёт на основе закона "третьей" степени даёт для больших чисел Прандтля Pr завышенные значения и подтверждает постулированное в предыдущих работах [6—8; 10—12], что для них более подходит закон "четвёртой" степени.

Относительный теплообмен Nu/NuГЛ монотонно увеличивается с увеличением числа Прандтля Pr, примерно на 0,03% при увеличении числа Прандтля Pr на единицу. После Pr>103 относительный теплообмен почти стабилизируется.

На рис. 4 показаны результаты расчёта относительного теплообмена Nu/NuГЛ в трубах с турбулизаторами при различных значениях параметра β1=0,0425; 0,06; 0,07 для Pr=1÷103 для *d/D*=0,93; *t/D*=0,25; Re=105 как для закона "четвёртой" степени, так и для закона "третьей" степени.

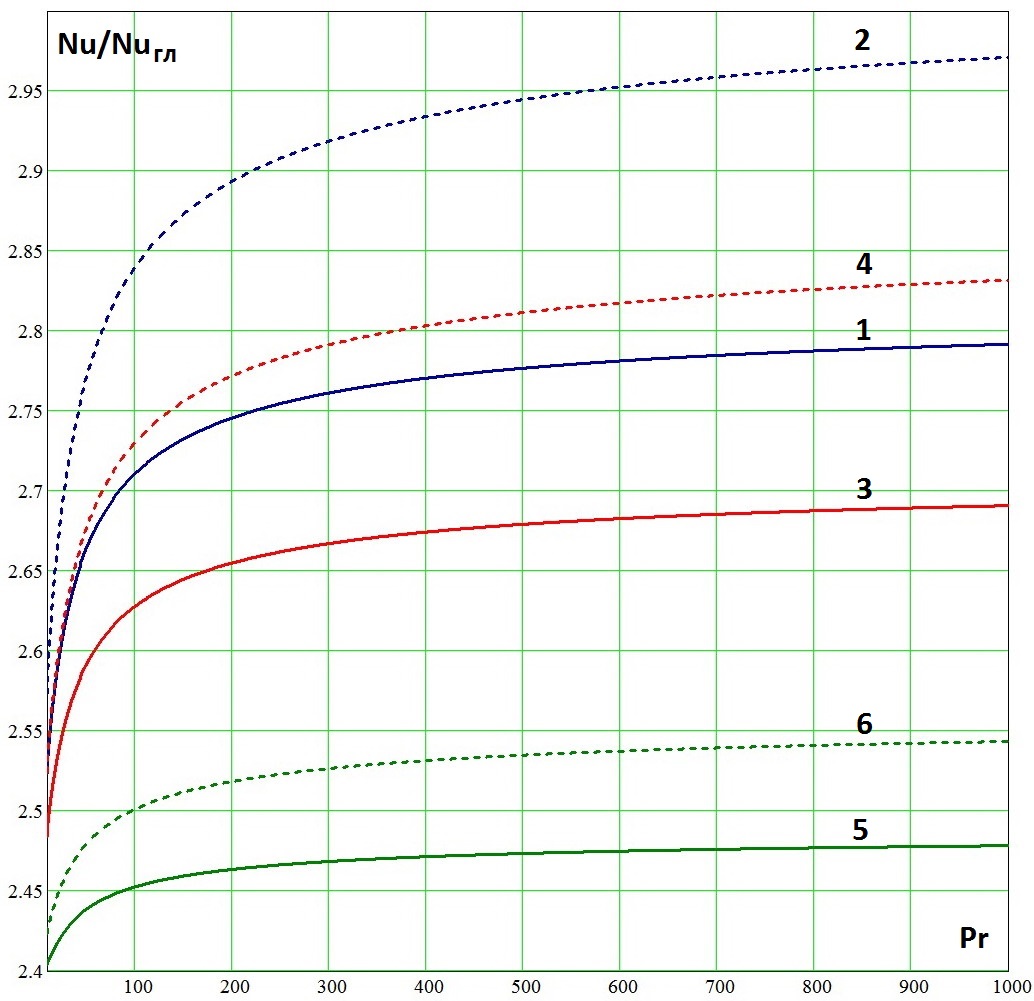
На рис. 4 видно, что увеличение относительного теплообмена Nu/NuГЛ в трубах с турбулизаторами с увеличением числа Прандтля Pr происходит довольно незначительно, особенно после Pr>100.

Из рис. 4 также видно, что величина коэффициента β1=0,07 в законе "четвёртой" степени для больших чисел Прандтля близко к экспериментальным значениям относительного теплообмена Nu/NuГЛ в трубах с турбулизаторами.

Закон "третьей" степени даёт завышенные значения, а меньшие значения коэффициента дают заниженные значения относительного теплообмена Nu/NuГЛ.

Следовательно, уровень турбулентности на границе вязкого и буферного подслоёв в трубах с турбулизаторами при больших числах Прандтля Pr выше в 2÷2,5 раза по сравнению с гладкими трубами, на что частично указано в работах автора [6—8; 10—12].

При больших числах Прандтля Pr относительный теплообмен Nu/NuГЛ в трубах с турбулизаторами может снижаться с увеличением числа Рейнольдса Re.



*Рис. 4. Pезультаты расчёта относительного теплообмена Nu/NuГЛ в трубах с турбулизаторами при различных значениях параметра β1=0,0425; 0,06; 0,07 для Pr=1÷103 для d/D=0,93; t/D=0,25; Re=105 как для закона "четвёртой" степени, так и для закона "третьей" степени cooтветственно (1 — β1=0,07 в законе "четвёртой" степени; 2 — β1=0,07 в законе "третьей" степени; 3 — β1=0,06 в законе "четвёртой" степени; 4 — β1=0,06 в законе "третьей" степени; 5 — β1=0,06 в законе "четвёртой" степени; 6 — β1=0,06 в законе "третьей" степени).*

В рамках четырёхслойной модели данное обстоятельство может быть объяснено следующим образом: с ростом числа Рейнольдса Re абсолютная величина вязкого подслоя снижается приблизительно в обратной пропорции, что приводит к увеличению расстояния от вершины турбулизатора до внешней границы вязкого подслоя на дне впадины. В этом случае уровень турбулентности на границе вязкого подслоя вследствие затухания пульсаций турбулентности может быть понижен, что и приводит к определённому снижению относительного теплообмена Nu/NuГЛ при увеличении числа Рейнольдса Re при больших числах Прандтля Pr.

**3. Основные выводы**

1. В работе проанализированы аспекты четырёхслойного моделирования интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в трубах для различных "степенных" законов в вязком подслое.

2. Показано, что расчёт на основе закона "третьей" степени в вязком подслое даёт для больших чисел Прандтля Pr завышенные значения теплообмена в трубах с турбулизаторами; адекватные значения интенсифицированного теплообмена для больших чисел Прандтля Pr даёт закон "четвёртой" степени.

3. Были получены результаты расчёта безразмерного профиля скорости в вязком подслое для различных значений постоянной β1=0; 0,03; 0,06; 0,09; 0,12; 0,15; 0,18 по законам "четвёртой" и "третьей" степени. Для различных значений константы β1 для вязкого подслоя профили скорости оказались близкими друг к другу, следовательно, даже ощутимое увеличение турбулентной вязкости на границе вязкого подслоя довольно незначительно деформирует безразмерный профиль скорости в этом подслое.

4. Близким к экспериментальным значениям теплообмена в трубах с турбулизаторами при больших числах Прандтля Pr приводит закон "четвёртой" степени при значении коэффициента β1=0,07, что отчасти подтверждается существующими работами.

5. Показано, что увеличение относительного теплообмена Nu/NuГЛ в трубах с турбулизаторами с увеличением числа Прандтля Pr происходит довольно незначительно, особенно после Pr>100; относительный теплообмен Nu/NuГЛ монотонно увеличивается с увеличением числа Прандтля Pr, примерно на 0,03% при увеличении числа Прандтля Pr на единицу; после Pr>103 относительный теплообмен Nu/NuГЛ почти стабилизируется.

6. Установлено, что уровень турбулентности на границе вязкого и буферного подслоёв в трубах с турбулизаторами при больших числах Прандтля Pr выше в 2÷2,5 раза по сравнению с гладкими трубами.

**4. Список использованной литературы**

1. Эффективные поверхности теплообмена / Э.К.Калинин, Г.А. Дрейцер, И.З.Копп и др. — М.: Энергоатомиздат, 1998. — 408 с.

2. Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Ярхо С.А. Интенсификация теплообмена в каналах. — М.: Машиностроение, 1990. — 208 с.

3. Мигай В.К. Интенсификация конвективного теплообмена в трубах и каналах теплообменного оборудования: Диссертация на соискание учёной степени доктора технических наук. — Л., 1973. — Т. 1. — 327 с.; Т. 2. — 85 с.

4. Мигай В.К. Повышение эффективности современных теплообменников. — Л.: Энергия. Ленинградское отделение, 1980. — 144 с.

5. Мигай В.К. Моделирование теплообменного энергетического оборудования. — Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отделение, 1987. — 263 с.

6. Дрейцер Г.А., Лобанов И.Е. Моделирование изотермического теплообмена при турбулентном течении в каналах в условиях интенсификации теплообмена // Теплоэнергетика. — 2003. — № 1. — С. 54—60.

7. Лобанов И.Е. Моделирование теплообмена и сопротивления при турбулентном течении в каналах теплоносителей в условиях интенсификации теплообмена // Труды Третьей Российской национальной конференции по теплообмену. В 8 томах. Т. 6. Интенсификация теплообмена. Радиационный и сложный теплообмен. — М., 2002. — С. 140—143.

8. Лобанов И.Е. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в каналах: Диссертация на соискание учёной степени доктора технических наук. — М., 2005. — 632 с.

9. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. — М.: Атомиздат, 1979. — 416 с.

10. Лобанов И.Е. Моделирование структуры вихревых зон между периодическими поверхностно расположенными турбулизаторами потока прямоугольного поперечного сечения // Математическое моделирование. — 2012. — Т. 24. — № 7. — С. 45—58.

11. Лобанов И.Е. Математическое моделирование структуры вихревых зон между периодическими поверхностно расположенными турбулизаторами потока полукруглого и квадратного поперечного сечения // Отраслевые аспекты технических наук. — 2012. — № 9. — С. 11—30.

12. Лобанов И.Е., Парамонов Н.В. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при течении в каналах на основе сложных моделей турбулентного пограничного слоя. — М.: Издательство МАИ, 2011. — 160 с.

13. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1986. — 544 с.

14. Лобанов И.Е. K вопросу математического моделирования интен-сифицированного теплообмена при турбулентном течении в трубах с турбулизаторами с применением четырёхслойной модели турбулентного пограничного слоя в зависимости от числа Прандтля // Вестник Ангарского государственного технического университета. — 2018. — № 12. — С. 76—82.

**© И.Е. Лобанов, 2019**