***УДК 532.517.4 : 536.24***

***Лобанов Игорь Евгеньевич,***

***д.т.н., ведущий научный сотрудник ПНИЛ–204***

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), тел.:89055896006; e-mail: grigorchuk.grigorchuck@yandex.ru*

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ВАКУУМНОГО**

**ЗАМОРАЖИВАНИЯ ЖИДКОСТИ В СПОКОЙНОМ СОСТОЯНИИ**

**ОТНОСИТЕЛЬНО ТОЛЩИНЫ СЛОЯ НАМОРАЖИВАНИЯ,**

**А ТАКЖЕ ОТНОСИТЕЛЬНО ВРЕМЕНИ НАМОРАЖИВАНИЯ**

*И.Е.Лобанов, доктор технических наук,*

*Московский Авиационный Институт, г.Москва, РФ*

**Аннотация:** *Получено обобщённое аналитическое решение задачи о процессе вакуумного замораживания жидкости в спокойном состоянии относительно толщины слоя намораживания, а также относительно времени намораживания. В работе рассматривается решение задачи образования тонкого слоя водного льда в герметичной вакуумируемой полости. Ранее имели место либо численные, либо приближённые решения данной задачи.*

**Ключевые слова:** *теплообмен, процесс, вакуумный, испарительный, охлаждение, замораживание, жидкость, аналитический, решение, состояние.*

**1. Введение. Основные аспекты применения вакуумной техники в холодильных установках**

В настоящее время в холодильных парокомпрессионных установках в качестве хладагентов применяют в основном хладоны и аммиак, термодинамические свойства которых позволяют осуществлять производство холода в широком диапазоне низких температур и, в большинстве случаев, при системном давлении больше атмосферного [1—3].

Для давлений, близких к атмосферному, возможна генерация внештатных режимов для работы испарителя холодильной установки, которые опасны для всей холодильной установки, т.к. возможно проникновение в систему атмосферного воздуха.

При понижении давления на всасывании вплоть до атмосферного давления часто предусматривается отключение компрессора за счёт схемы автоматизации. Общая энергетическая эффективность и коэффициент подачи компрессора при работе холодильной установки в вакуумном режиме существенно снижаются.

Существующие в настоящее время хладагенты не могут полностью обеспечить выполнение экологических, токсикологических, санитарных, экономических требований.

Альтернативными рабочими веществами для холодильных парокомпрессионных установок могут служить вещества низкого давления, а именно: вода, рассолы, спирты, эфиры.

Использование воды как хладагента обусловливает к рабочим давлениям ниже атмосферного, что реализуется в пароэжекторных холодильных установках с пароструйными вакуумными насосами, которые, особенно при малой производительности, могут не удовлетворять требованиям по компактности, мобильности и т.п.

Следовательно, при использовании вакуумных насосов, отличных от струйных принципом действия, обусловливает генерацию мобильных холодильных установок на воде или водяном паре.

Исчерпывающий аналитический обзор средств вакуумной откачки приведён в [1—3].

Вышесказанное обусловливает актуальность математического моделирования процессов вакуумного замораживания жидкостей в спокойном состоянии.

**2. Mатематическая модель процесса вакуумного замораживания жидкости в спокойном состоянии**

Постановка задачи исследования выглядит следующим образом.

Рассматривается замкнутая герметичная полость; внутри полости находится жидкости, например, вода в спокойном состоянии при температуре, близкой к 0°С.

Предположительно при подаче воды в вакуумируемую полость, расход воды таков, что при подлёте капель к днищу полости они охлаждаются примерно до 0°С.

Вакуумирование полости происходит со скоростью *S*, которая остаётся неизменной в диапазоне давления при образовании массива льда, что обосновано с физической точки зрения при спецподборе средств вакуумной откачки для конкретных свойств замораживаемой жидкости.

Граничное условие на границе "лёд—паровая полость" выглядит следующим образом:

, (1)

где λ — коэффициент теплопроводности льда в состоянии таяния; *Т* — температура; *S*\* — эффективная скорость откачки на единицу площади сечения вакуvмируемой полости; ρ" — плотность насыщенных паров воды; *L* — теплота замерзания; *r* — теплота испарения; *m* — масса; τ — время; *х* — координата, отсчитываемая от внешней поверхности ледяного массива, имеющего глубину промерзания ξ, в сторону замораживаемой жидкости.

Граничное условие на границе "лёд—вода" выглядит следующим образом:

, (2)

ρл — плотность льда жидкости.

В дальнейшем моделирование квазистационарного вакуумного замораживания влаги в мелкодисперсном состоянии будем проводить методом Лейбензона, который успешно использовался автором для аналитического решения задачи намораживания на поверхностях различной кривизны [4—20], на основании которого следует принять распределение температуры в плоском слое изо льда как стационарное распределение температуры.

Стационарное распределение температуры в полом ледяном шаре выглядит следующим образом:

, (3)

где *T*1 — температура замерзания; *T*0 — температура поверхности льда на границе раздела "лёд—паровая полость".

Плотность паров влаги выразим через давление насыщенных паров *р* и переменную температуру поверхности замораживания *Т*0, универсальную газовую постоянную *R*Г:

. (4)

Применим граничное условие на границе "лёд—паровая полость" для принятого распределения температур (3), а также выражение для плотности паров влаги ρ" (4):

. (5)

В дальнейшем применим граничное условие на границе "лёд—вода" для принятого распределения температур (3):

. (6)

Разделим в уравнении (6) переменные и проинтегрируем в соответствующих пределах, после чего получим выражение, связывающее толщину слоя намораживания ξ с временем τ:

. (7)

Левые части выражений (5) и (7) равны, поэтому равны и их правые части:

. (8)

Для решения уравнения (8) необходимо выразить с приемлемой точностью давление насыщенного пара надо льдом *р* в интересующем диапазоне температур (0÷–12)°С:

, (9)

где *А*=35 Па/К, *В*=8940 Па — константы.

Подставим давление из выражения (9) в уравнение (8):

. (10)

Основное уравнение относительно толщины слоя намораживания ξ и времени τ получим, подставив соотношение для *Т*0 из уравнения (7) в уравнение (10):

, (11)

которое после упрощений примет окончательный вид:

. (12)

Аналитическое решение уравнения (12) относительно толщины слоя намораживания ξ также получается посредством решения уравнения третьей степени относительно ξ (один корень действительный, два — комплексно-сопряжённые).

Положительный корень квадратного уравнения (12) относительно времени намораживания τ (второй корень не имеет физического смысла) после некоторых упрощений в развёрнутой форме имеет вид:

(13)

.

В общем виде решение довольно громоздко, поэтому следует переписать уравнение (12) в следующем виде:

, (14)

где .

Действительное решение уравнения (14) будет выглядеть нижеследующим образом:

(15)

Bыражения (13) и (15) являются обобщёнными замкнутыми аналитическими решениями задачи о квазистационарном процессе вакуумного замораживания жидкости в спокойном состоянии относительно времени намораживания τ и толщины слоя намораживания ξ соответственно.

Достоинством точных аналитических решений перед существующими численными состоит в выявлении имманентной связи между определяющими и определяемыми параметрами, так же то, что ими можно непосредственно воспользоваться при расчёте, не прибегая к помощи диаграмм (номограмм) или вычислительной техники.

**3. Основные выводы**

В исследовании было получено обобщённое замкнутое аналитическое решение задачи о квазистационарном процессе вакуумного замораживания жидкости в спокойном состоянии, в то время как до этого имели место численные решения данной задачи.

Преимуществом полученных аналитических решений о квазистационарном вакуумном замораживания вакуумного замораживания жидкости в спокойном состоянии перед существующими численными состоит в выявлении имманентной связи между определяющими и определяемыми параметрами, ими можно непосредственно воспользоваться при расчёте, не прибегая к помощи вычислительной техники.

**4. Список литературы**

1. Маринюк Б.Т. Теплообменные аппараты ТНТ. Конструктивные схемы и расчёт. — М.: Энергоатомиздат, 2009. — 200 с.

2. Маринюк Б.Т. Вакуумно-испарительные холодильные установки, теплообменники и газификаторы техники низких температур. — М.: Энергоатомиздат, 2003. — 208 с.

3. Маринюк Б.Т. Аппараты холодильных машин (теория и расчёт). — М.: Энергоатомиздат, 1995. — 160 с.

4. Моделирование эксплуатационных процессов в технических системах. / А.В.Абрамов, А.Ю.Албагачиев, С.М.Белобородов, С.А.Быков, В.П.Иванов, А.В.Киричек, И.Е.Лобанов, А.В.Морозова, М.В.Родичева; Под ред. А.В.Киричека. — М.: Издательский дом "Спектр", 2014. — 240 с.

5. Лобанов И.Е. Точное аналитическое решение квазистационарной задачи о намораживании на сферической поверхности (квазистационарная задача Стефана) // Альманах современной науки и образования. — Тамбов: Грамота, 2011. — № 12 (55). — C. 50—53.

6. Лобанов И.Е. Точное аналитическое решение квазистационарной задачи о намораживании (задачи Стефана) на внешней и внутренней сферической поверхности // Московское научное обозрение. — 2012. — № 1. — С. 8—13.

7. Лобанов И.Е. Обобщенная аналитическая теория квазистационарного намораживания на сферической поверхности (квазистационарная задача Стефана): намораживание на внутренней поверхности с граничными условиями I рода на внешней поверхности // Московское научное обозрение. — 2012. — № 6. — С. 10—14.

8. Лобанов И.Е. Обобщённая аналитическая теория квазистационарного намораживания на сферической поверхности (квазистационарная задача Стефана): намораживание на внешней поверхности с граничными условиями I рода на внутренней поверхности // Отраслевые аспекты технических наук. — 2012. — № 6. — С. 9—13.

9. Лобанов И.Е. Обобщённая аналитическая теория квазистационарного намораживания на сферической поверхности (квазистационарная задача Стефана): намораживание на внутренней поверхности с граничными условиями III рода на внешней поверхности // Московское научное обозрение. — 2012. — № 7. — Том 1. — С. 9—14.

10. Лобанов И.Е. Обобщённая аналитическая теория квазистационарного намораживанияна сферической поверхности (квазистационарная задача Стефана): намораживание на внешней поверхности с граничными условиями III рода на внутренней поверхности // Отраслевые аспекты технических наук. — 2012. — № 7. — С. 10—15.

11. Лобанов И.Е. Точное аналитическое решение квазистационарной задачи о намораживании (задачи Стефана) на внешней цилиндрической поверхности при нулевой криоскопической температуре и граничных условиях I рода на внутренней поверхности и III рода на внешней поверхности // Mосковское научное обозрение. — 2012. — № 9. — С. 14—20.

12. Лобанов И.Е., Айтикеев Б.Р. Теория квазистационарного намораживания на сферической поверхности применительно к аккумуляторам холода // Проблемы усовершенствования холодильной техники и технологии: сборник научных трудов V научно-практической конференции с международным участием / Отв. ред. Бабакин Б.С. — М.: Издательский комплекс МГУПП, 2012. — С. 111—117.

13. Лобанов И.Е., Низовитин А.А. Аналитическая теория квазистационарного намораживания на плоской поверхности (квазистационарная задача Стефана): намораживание с граничными условиями III рода на поверхности стенки и граничными условиями III рода на поверхности намораживания // Отраслевые аспекты технических наук. — 2013. — № 5. — С. 9—14.

14. Лобанов И.Е. Точное аналитическое решение квазистационарной задачи о намораживании (задачи Стефана) на внутренней цилиндрической поверхности при нулевой криоскопической температуре и граничных условиях I рода на внешней поверхности и III рода на внутренней поверхности // Mосковское научное обозрение. — 2012. — № 10. — Том 1. — С. 20—26.

15. Лобанов И.Е. Аналитическая теория квазистационарного намораживания на цилиндрической поверхности (квазистационарная задача Стефана): намораживание на внутренней поверхности с граничными условиями I рода на внешней поверхности и III рода на внутренней поверхности // Отраслевые аспекты технических наук. — 2012. — № 12. — С. 8—15.

16. Лобанов И.Е. Обобщённая аналитическая теория квазистационарного намораживания на цилиндрической поверхности (квазистационарная задача Стефана): намораживание на внешней поверхности с граничными условиями I рода на внутренней поверхности и III рода на внешней поверхности // Отраслевые аспекты технических наук. — 2013. — № 2. — С. 14—21.

17. Лобанов И.Е. Аналитическая теория квазистационарного намораживания на цилиндрической поверхности (квазистационарная задача Стефана): намораживание на внешней поверхности с граничными условиями III рода на внутренней поверхности и III рода на внешней поверхности // Отраслевые аспекты технических наук. — 2013. — № 3. — С. 8—15.

18. Лобанов И.Е. Аналитическая теория квазистационарного намораживания на цилиндрической поверхности (квазистационарная задача Стефана): намораживание на внутренней поверхности с граничными условиями III рода на внутренней поверхности и III рода на внешней поверхности // Mосковское научное обозрение. — 2013. — № 3. — С. 19—26.

19. Лобанов И.Е. Обобщённая численная теория квазистационарного одномерного намораживания на поверхности переменной кривизны (квазистационарная задача Стефана) // Отраслевые аспекты технических наук. — 2013. — № 4. — С. 5—11.

20. Лобанов И.Е. Аналитическая теория квазистационарного намораживания на плоской поверхности (квазистационарная задача Стефана): намораживание с граничными условиями I рода на поверхности стенки и граничными условиями III рода на поверхности намораживания // Mосковское научное обозрение. — 2013. — № 4. — С. 12—16.

**© И.Е. Лобанов, 2019**